

# Avant-propos

Ce livre s'adresse aux étudiants en Licence de Mathématique (L2, L3), aux étudiants en physique, ainsi qu'aux étudiants en classes préparatoires des écoles d'ingénieurs. Il intéressera aussi les étudiants qui préparent le CAPES ou l'agrégation et les élèves des grandes écoles scientifiques. Tous les chapitres seront utiles pour ces étudiants à l'exception peut-être des chapitres 8, 9 et 15 qui sont de niveau master (M1, M2). Les sujets traités sont considérés comme incontournables et font souvent l'objet de problèmes posés dans des examens et dans divers concours d'admission aux écoles d'ingénieurs. Donc un ouvrage idéal pour un entraînement en vue de concours tels que CAPES, agrégation ou admissions en écoles d'ingénieurs.

Les fonctions spéciales sont souvent présentées comme une collection de résultats disparates et qui sont rarement organisées et décrites de manière cohérente. La motivation de cet ouvrage est de donner une étude suffisamment exhaustive et rigoureuse à la théorie ainsi qu'aux applications des fonctions spéciales. Les fonctions étudiées seront considérées en tant que fonctions de variable complexe mais aussi quand cela est possible comme fonction de variable réelle. Sauf mention contraire explicite, nous ne ferons pas de distinction entre ces fonctions. A titre d'exemple, la fonction gamma d'Euler étudiée au premier chapitre sera considérée comme fonction de variable complexe et nous verrons aussi ses propriétés comme fonction de variable réelle. Parmi les fonctions spéciales, on trouve un grand nombre de fonctions qui sont des solutions d'équations différentielles du second ordre dont les coefficients ne sont pas constants et jouent un rôle important lors de l'étude de ces équations. On rencontre très fréquemment de telles équations en physique et beaucoup de fonctions spéciales sont liées à des questions concrètes et jouent un rôle crucial pour fournir des solutions modèles à des équations de physique mathématique et autres. Il est bien connu que ces fonctions ont de nom-

breuses applications en mathématiques, en physique, en chimie ou encore dans diverses disciplines scientifiques. On se servira de la terminologie des physiciens pour décrire les propriétés des solutions de certaines équations de la physique mathématique sans s'arrêter sur les motivations physiques des notions introduites. Parmi ces fonctions spéciales, on en trouve un grand nombre qui fournissent non seulement des solutions exactes de certaines équations différentielles ordinaires ou aux dérivées partielles, mais aussi par le biais de méthodes spectrales les meilleures approximations numériques pour des conditions aux limites. Certaines d'entre elles jouent également un rôle de premier plan en théorie des nombres. Ces fonctions non élémentaires sont d'un usage très fréquent et un grand nombre d'entre elles sont définies dans les logiciels de calcul symbolique tels que : Maple, Mathematica, etc.

Par ailleurs, un domaine très actif de la recherche contemporaine concerne l'étude des systèmes intégrables et connaît des applications en combinatoire, en théorie des nombres, en physique, en statistique et en télécommunication. Parmi ces systèmes, on trouve les équations différentielles de Painlevé dont les solutions sont appelées les fonctions spéciales du 21-ième siècle et l'équation aux dérivées partielles de Korteweg-de Vries qui décrit la propagation des ondes sur l'eau.

Ce livre comporte dix-huit chapitres équilibrés et écrits dans un style simple. On trouvera une description détaillée dans la table des matières. Chaque chapitre commence par un exposé clair et précis de la théorie avec des démonstrations complètes, détaillées et accessible à un large public. En outre, différents types de problèmes d'application en physique et dans bien d'autres domaines appliqués, ont été bien étudiés. De nombreux exercices de difficulté variée complètement résolus ainsi que des exercices proposés avec éventuellement des réponses ou des indications, se trouvent disséminés dans le texte. A la fin, j'ai inclus une bibliographie comportant quelques ouvrages fondamentaux et un index détaillé.

J'aimerais remercier les éditions Ellipses pour leur sérieux et leur professionnalisme. Je remercie également les membres du comité de lecture pour leurs remarques et suggestions constructives. Enfin, je remercie ma femme pour son soutien quotidien indéniable. Sa présence et ses encouragements sont pour moi les piliers fondateurs de ce que je fais.

A. Lesfari

E-mail : lesfariahmed@yahoo.fr