

Sommaire

1	Généralités sur les faisceaux	13
1.1	Faisceaux	13
1.2	Cohomologie de Čech	18
1.3	Le théorème de De Rham	21
1.4	Cohomologie de Dolbeault d'une variété complexe	22
1.5	Connexions et courbure	23
1.6	Forme de courbure et première classe de Chern	25
1.7	Le dual de Poincaré	27
2	Surfaces de Riemann compactes	29
2.1	Courbes elliptiques et hyperelliptiques	29
2.2	Etude géométrique et topologique	34
2.3	Différentielles abéliennes	46
2.4	Relations bilinéaires de Riemann	53
2.5	Diviseurs	61
2.6	Le théorème de Riemann-Roch	65
2.7	La formule de Riemann-Hurwitz	72
2.8	Le théorème d'Abel	76
2.9	Le problème d'inversion de Jacobi	82
3	Fonctions thêta	89
3.1	Définitions et propriétés générales	89
3.2	Fonctions méromorphes et fonctions thêta	91
3.2.1	Fonctions méromorphes exprimées en termes de fonctions thêta dans le cas des courbes elliptiques . .	91
3.2.2	Fonctions méromorphes exprimées en termes de fonctions thêta dans le cas des surfaces de Riemann de genre $g > 1$	96

4	Diviseurs et fibrés en droites	107
4.1	Diviseurs	107
4.2	Fibrés en droites	109
4.3	Sections de fibrés en droites et propriétés	110
4.4	Formules d'adjonction et résidu de Poincaré	115
4.5	Dualité de Kodaira-Serre et théorème de Riemann-Roch	118
4.6	Le théorème d'annulation de Kodaira-Nakano	120
4.7	Le théorème de Lefschetz sur les sections hyperplanes	122
4.8	Le théorème de Lefschetz pour les classes de type (1,1)	124
4.9	Le théorème de plongement de Kodaira	127
4.10	Autres versions du théorème de plongement	136
4.11	Le théorème de Moishezon	141
4.12	Le théorème de Chow	142
5	Tores complexes et variétés abéliennes	143
5.1	Conditions de Riemann caractérisant les variétés abéliennes	143
5.2	Fibrés en droites sur les variétés abéliennes	146
5.3	Le théorème de Lefschetz sur les fonctions thêta	150
5.4	Surfaces de Kummer, courbes elliptiques	156
5.5	Variétés abéliennes duales	160
5.6	Plongement projectivement normal	163
6	Etude des variétés de Prym	165
6.1	Variétés de Prym	165
6.2	Applications	175
6.2.1	Le système différentiel de Hénon-Heiles	177
6.2.2	La toupie de Kowalewski	187
6.2.3	Le flot géodésique sur le groupe $SO(4)$	190
7	Espace des modules des surfaces de Riemann	209
7.1	Cas des surfaces de Riemann de genre 0	209
7.2	Cas des surfaces de Riemann de genre 1	209
7.3	Cas des surfaces de Riemann de genre ≥ 2	211
8	Appendices	215
8.1	Formes différentielles	215
8.2	Fonctions elliptiques	223
8.3	Fonctions \wp , ζ et σ de Weierstrass	230
8.4	Intégrales elliptiques et fonctions de Jacobi	247

8.5 Méthode des déformations isospectrales	258
Bibliographie	265
Index	267