

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Fonctions holomorphes, fonctions analytiques</b>	<b>7</b>
1.1	Préliminaires . . . . .	7
1.2	Fonctions différentiables . . . . .	12
1.3	Intégration des fonctions holomorphes . . . . .	13
1.4	Quelques théorèmes fondamentaux . . . . .	16
1.5	Exercices résolus . . . . .	21
<b>2</b>	<b>Propriétés des fonctions holomorphes et harmoniques</b>	<b>51</b>
2.1	Inégalités de Cauchy, théorèmes de Liouville et de d'Alembert .	51
2.2	Principe du prolongement analytique et principe des zéros isolés	52
2.3	Propriété de la moyenne et principe du maximum . . . . .	53
2.4	Fonctions harmoniques et problème de Dirichlet . . . . .	54
2.5	Transformations conformes et applications géométriques . . . .	56
2.6	Exercices résolus . . . . .	60
<b>3</b>	<b>Fonctions méromorphes</b>	<b>85</b>
3.1	Séries de Laurent, points singuliers . . . . .	85
3.2	Fonctions méromorphes, théorème des résidus . . . . .	88
3.3	Nombre de pôles et zéros d'une fonction méromorphe . . . . .	90
3.4	Applications du théorème des résidus . . . . .	90
3.5	Exercices résolus . . . . .	99
<b>4</b>	<b>Suites et produits infinis</b>	<b>135</b>
4.1	Suites de fonctions holomorphes . . . . .	135
4.2	Espace des fonctions holomorphes . . . . .	136
4.3	Séries de fonctions méromorphes . . . . .	139
4.4	Produits infinis de fonctions holomorphes . . . . .	140
4.5	Fonctions définies par une intégrale . . . . .	142
4.5.1	Fonctions gamma et bêta d'Euler . . . . .	143
4.5.2	Transformée de Laplace . . . . .	145
4.6	Exercices résolus . . . . .	149

<b>5 Fonctions et intégrales elliptiques</b>	<b>191</b>
5.1 Fonctions elliptiques . . . . .	191
5.2 Fonctions $\wp$ , $\zeta$ et $\sigma$ de Weierstrass . . . . .	194
5.3 Intégrales elliptiques et fonctions de Jacobi . . . . .	200
5.4 Exercices résolus . . . . .	204
<b>6 Fonctions de plusieurs variables complexes</b>	<b>229</b>
6.1 Fonctions holomorphes . . . . .	229
6.2 Variétés complexes et ensembles analytiques . . . . .	237
6.3 Exercices résolus . . . . .	246
<b>7 Surfaces de Riemann et fonctions thêta</b>	<b>261</b>
7.1 Courbes elliptiques et hyperelliptiques . . . . .	261
7.2 Étude géométrique des surfaces de Riemann . . . . .	266
7.3 Fonctions thêta . . . . .	283
7.4 Espace des modules des surfaces de Riemann . . . . .	295
7.5 Exercices résolus . . . . .	298
<b>8 Équations différentielles dans le domaine complexe</b>	<b>341</b>
8.1 Solutions holomorphes . . . . .	341
8.2 Solutions méromorphes . . . . .	344
8.3 Exercices résolus . . . . .	347
<b>9 Appendice</b>	<b>381</b>
9.1 Séries entières . . . . .	381
9.2 Produits infinis . . . . .	390
9.3 Mesure et intégration . . . . .	392
9.4 Variétés différentiables . . . . .	397
9.5 Formes différentielles . . . . .	410
9.6 Résultants et discriminants . . . . .	418
<b>Bibliographie</b>	<b>420</b>
<b>Index</b>	<b>424</b>